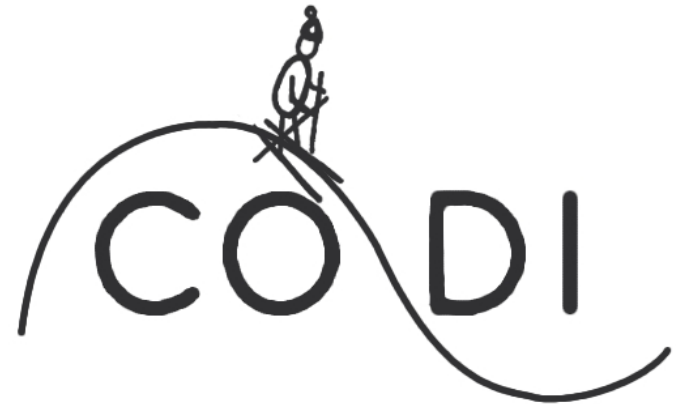


# DIAGNOSE VON LERNSCHWIERIGKEITEN IM BEREICH FUNKTIONALER ZUSAMMENHÄNGE



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



**HEU**ristisches Arbeiten mit  
**RE**präsentationen  
funktionaler Zusammenhänge –  
Diagnose mathematischer **KO**mpetenzen  
von Schülerinnen und Schülern

**CO**nceptual **DI**fficulties in  
the field of functional  
relationships

- Projekt CODI
- Ergebnisse der Pilotierung
- Geplante Rückmeldung der Diagnose-Ergebnisse

Warum so viele Lernschwierigkeiten im Bereich funktionaler Zusammenhänge?

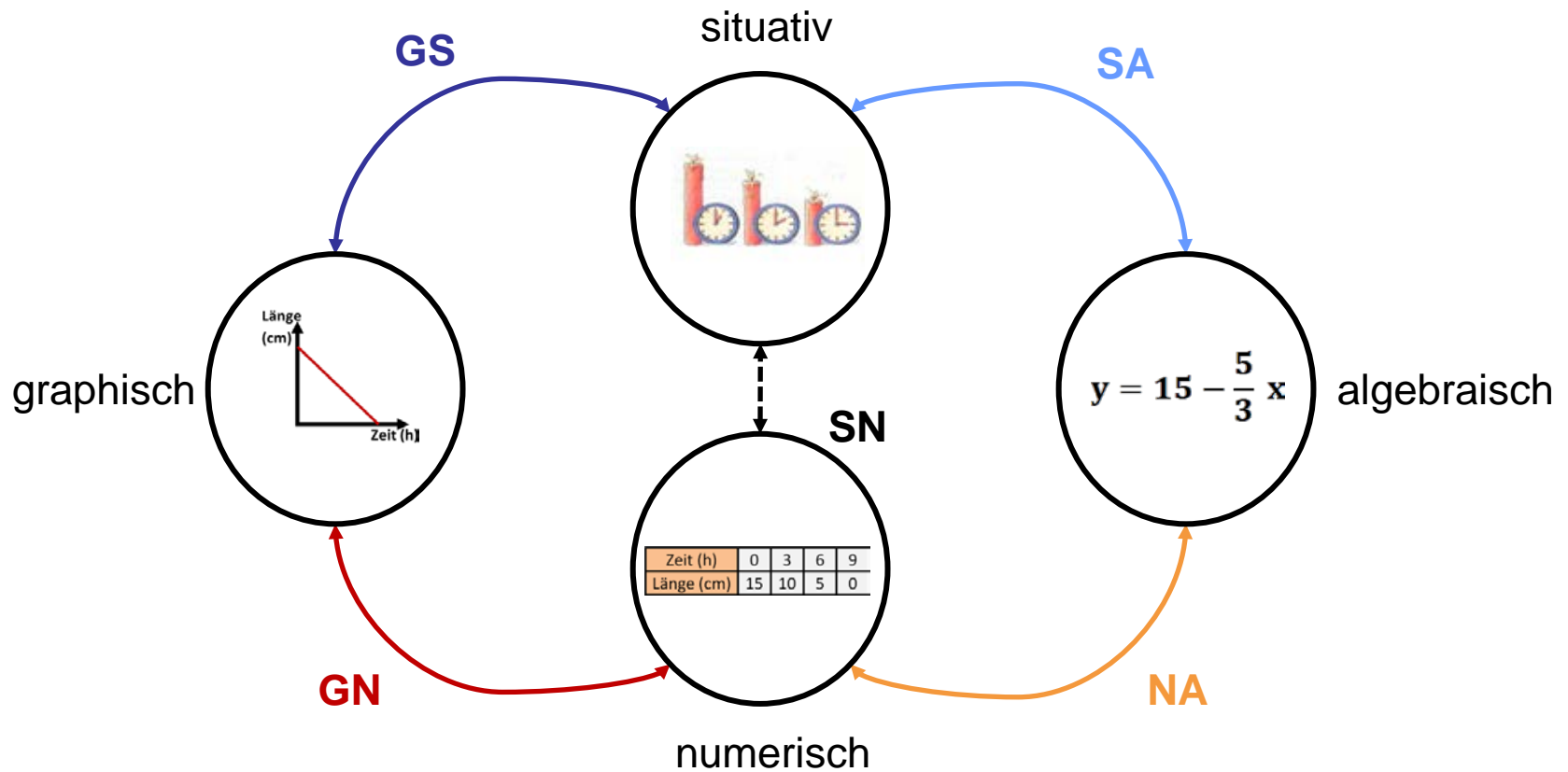
Projekt HEUREKO: 5-dimensionales Kompetenzstrukturmodell

Darstellungsformen

- Graphisch (G)
- Algebraisch (A)
- Numerisch (N)
- Situativ (S)

Fredebohm et al., 2011; Nitsch et al. (eingereicht)

# Projekt CODI - Idee



Fredebohm et al., 2011

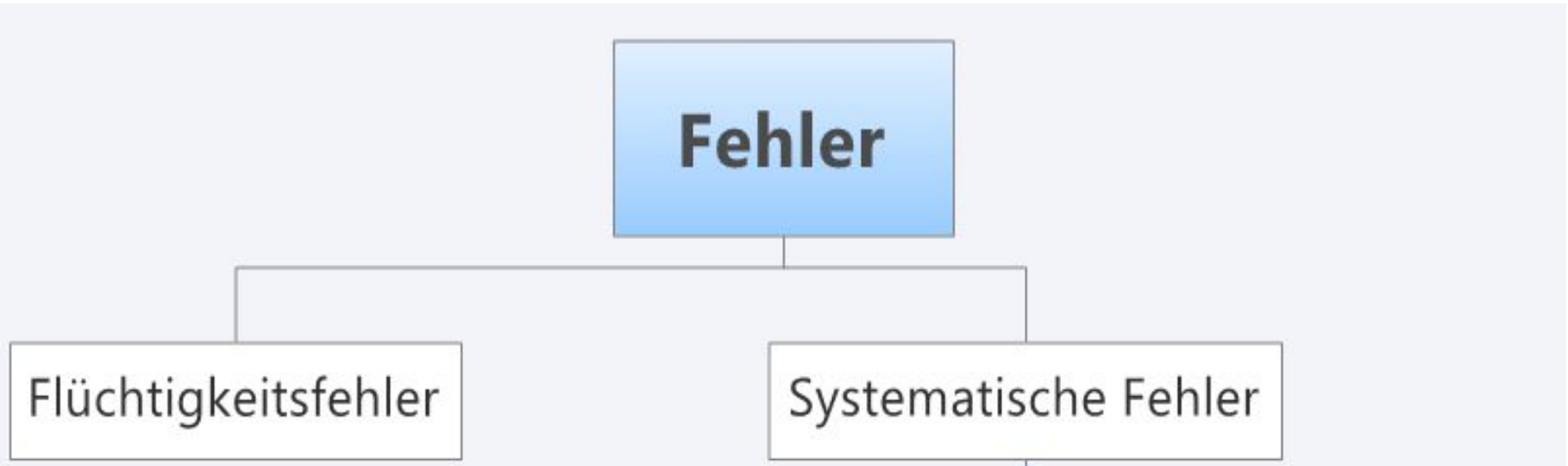
# Projekt CODI - Idee

Analyse der Schülerlösungen ergab hohe Fehlerquoten vor allem in den Darstellungswechseln graphisch-situativ (GS), situativ-algebraisch (SA) und numerisch-algebraisch (NA)

Frage: Wie lassen sich die Fehlerphänomene aufklären und dahinter liegende Verständnisschwierigkeiten diagnostizieren, um darauf aufbauend eine individuelle Förderung zu ermöglichen?

➔ Entwicklung eines Diagnoseinstruments zur Aufdeckung von Lernschwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler in der Jahrgangsstufe 8 und 9 im Kompetenzbereich der Darstellung funktionaler Zusammenhänge

Die entwickelten Instrumente sollen im Unterricht eingesetzt werden und die Lehrkräfte bei der individuellen Diagnose und Förderung im Bereich typischer Lernschwierigkeiten unterstützen.



## **Systematische Fehler**

Reproduzierbar

Fehlerursache:

Meist stabile falsche Konzepte/

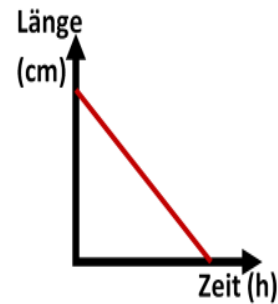
Vorstellungen *Fehlvorstellungen*

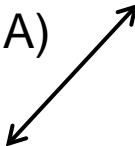
Radatz, 1980, Prediger & Wittmann, 2009

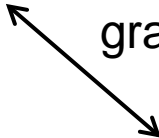
# Projekt CODI - Inhaltsbereich



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



graphisch-algebraisch (GA) 

 graphisch-situativ (GS)

$$y = 15 - \frac{5}{3} x$$



Ein Baum ist  
1,1 m hoch und  
wächst jedes Jahr  
um 52 cm ...

situativ-algebraisch (SA)



1. Welche Lernschwierigkeiten lassen sich bei Schülerinnen und Schülern im Bereich funktionaler Zusammenhänge identifizieren?

Hypothesenbildung:

- Literatur ->bereits durchgeführte Studien
  - z.B. Janvier, 1981; Kokol-Voljc, 1996; Leinhardt, Zaslavsky & Stein, 1999; Li, 2006
- HEUREKO

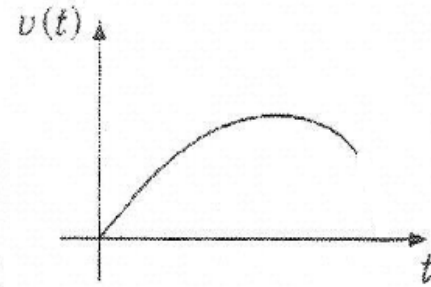
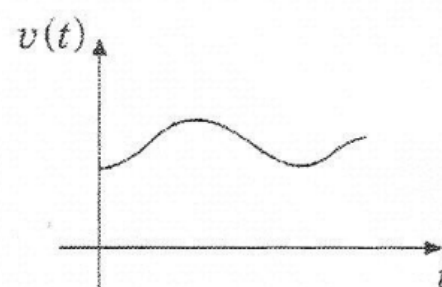
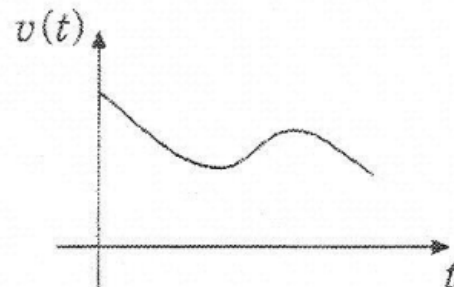
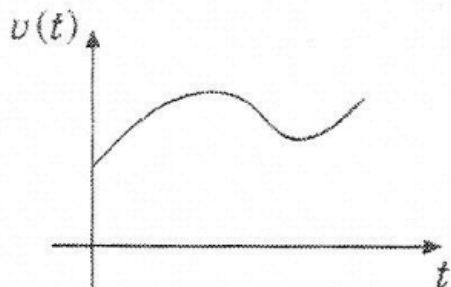
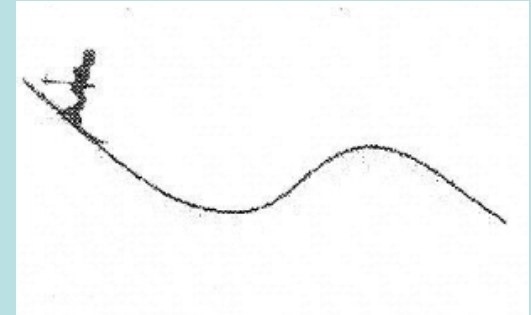
1. Welche Lernschwierigkeiten lassen sich bei Schülerinnen und Schülern im Bereich funktionaler Zusammenhänge identifizieren?
2. **Wie kann ein im Schulalltag einsetzbares Diagnoseinstrument aussehen, das diese Lernschwierigkeiten erfassbar macht?**

# Projekt CODI - Umsetzung

- Online-Tool mit dem Ziel einer automatischen Auswertung
- Vor allem Multiple-Choice-Items
- Mehrere Aufgaben pro Bereich zum Aufdecken von Fehlermustern, um dahinterliegende fehlerhafte Vorstellungen oder Konzepte zu erfassen

# Projekt CODI - Beispiel

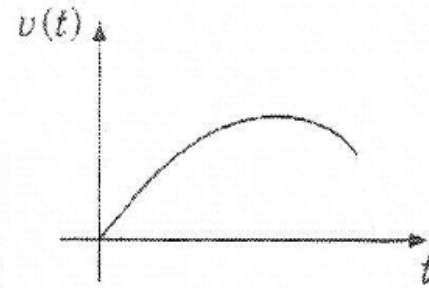
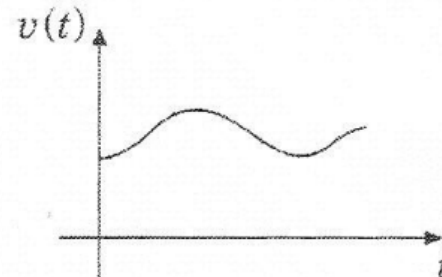
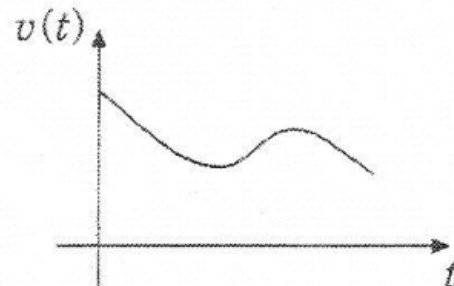
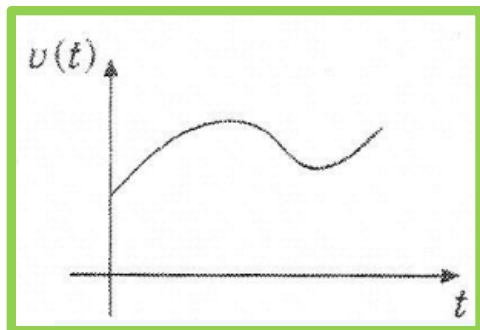
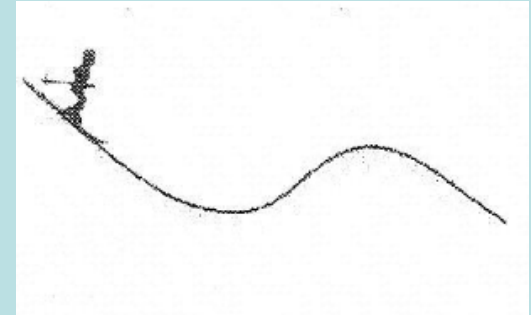
In folgendem Bild ist ein Skifahrer zu sehen, der den Hang hinunter fährt. Welcher Graph beschreibt die Situation am besten?  
Der Funktionswert  $v(t)$  gibt die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t$  an.



Nach Schlöglhofer, 2000

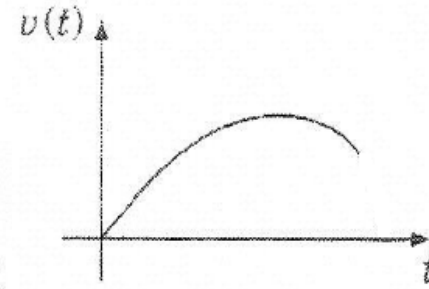
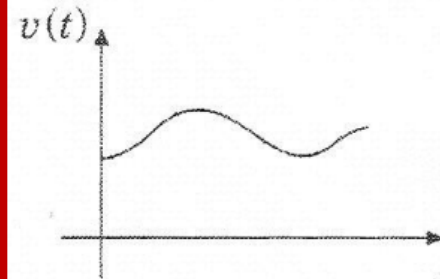
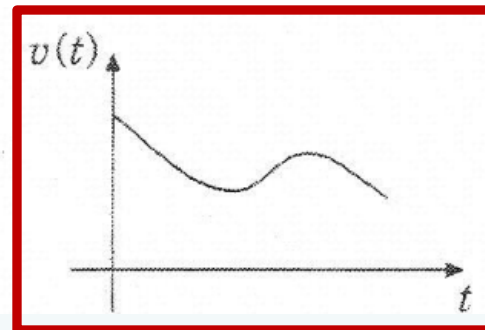
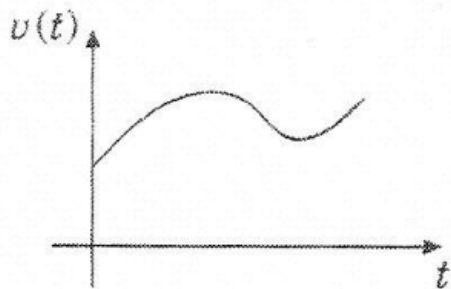
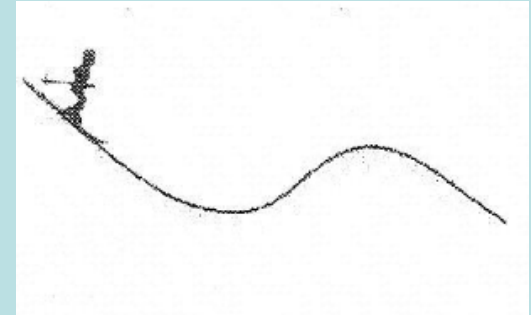
# Projekt CODI - Beispiel

In folgendem Bild ist ein Skifahrer zu sehen, der den Hang hinunter fährt. Welcher Graph beschreibt die Situation am besten?  
Der Funktionswert  $v(t)$  gibt die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t$  an.



# Projekt CODI - Beispiel

In folgendem Bild ist ein Skifahrer zu sehen, der den Hang hinunter fährt. Welcher Graph beschreibt die Situation am besten?  
Der Funktionswert  $v(t)$  gibt die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t$  an.



Fehlvorstellung

1. Welche Lernschwierigkeiten lassen sich bei Schülerinnen und Schülern im Bereich funktionaler Zusammenhänge identifizieren?
2. Wie kann ein im Schulalltag einsetzbares Diagnoseinstrument aussehen, das diese Lernschwierigkeiten diagnostiziert?
3. **In welchem Maße sind die fokussierten Lernschwierigkeiten bei den Schülerinnen und Schülern ausgeprägt?**

# Ergebnisse der Pilotierung

---

## Testinstrument:

- Parallele Testbögen A und B
- Insgesamt 24 Aufgaben pro Testbogen

## Stichprobe:

- N= 93 Schülerinnen und Schüler
- 2 Gymnasialklassen (9) + 2 Realschulklassen (9 und 10)
- N=16 diagnostische Interviews (Lautes Denken)



# Ergebnisse der Pilotierung

- IRT Auswertung: 3-dimensionales Modell mit Dimensionen GA, SA, GS
- Itemfit bei allen Items zufriedenstellend!

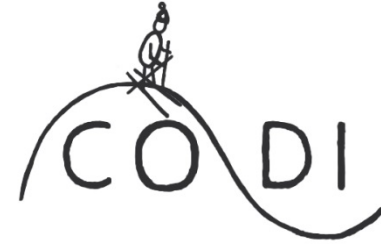
	GA	SA	GS
GA	<i>0,744</i>		
SA	0,754	<i>0,610</i>	
GS	0,534	0,698	<i>0,547</i>

- Tabelle: Skalenreliabilitäten auf der Diagonalen und Korrelationen unterhalb der Diagonalen

# Ergebnisse der Pilotierung - Highlights

## Graphisch-situativ: Graph-als-Bild-Fehler

- Fehlermuster bei 1/3 der Schüler
- Fehlvorstellung, die am häufigsten auftrat!



# Rückmeldung der Ergebnisse - Ausblick

Ziel: Diagnose-Instrument als Online-Tool mit automatischer Auswertung

Mögliches Forschungsdesign der nächsten Projektphase:

- Diagnose von individuellen Lernschwierigkeiten mit Pretest
- Rückmeldung der Ergebnisse an Lehrer und Schüler
- Intervention (individuelle Förderung)
- Erneute Diagnose von Lernschwierigkeiten (Posttest)

# Rückmeldung der Ergebnisse - Ausblick

## Rückmeldung an Schülerinnen und Schüler:

- Rückmeldung auf individueller Ebene
- Unterteilung in Bereiche GA, SA, GS
- „*Du kannst schon...*“
- „*In diesen Bereichen hast du noch Schwierigkeiten...*“
- Typische Fehler

# Rückmeldung der Ergebnisse - Ausblick

Zum Lernen aus Fehlern:

- Effekte einer positiven Fehlerkultur auf affektiven Bereich bereits nachgewiesen
- Effekte der Fehleranalyse und dem Aufbau von Vermeidungsstrategien auf die lernförderliche Nutzung von Fehlersituationen bis jetzt nicht nachweisbar

(Rach, Ufer & Heinze, 2013)

# Rückmeldung der Ergebnisse - Ausblick

## Rückmeldung der Fehler:

Fehleridentifikation: *Was ist falsch?*

Fehleranalyse: *Warum ist das falsch?*

„Fehlerkorrektur“: *Wie ist es richtig?* (Oser, Hascher, & Spychiger, 1999)

- Ergebnisse der conceptual change Theorie berücksichtigen (Vosniadou, 2008)
- Umlernen ist erforderlich!

u.a. geplante Maßnahmen:

Angebot von „Nachlernmaterialien“, eingeteilt in Darstellungswechsel und besonders typische Fehlvorstellungen



---

# Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

nitsch@mathematik.tu-darmstadt.de

- Fredebohm, A., Bruder, R., Leuders, T. & Wirtz, M. (2011): Empiriegestützte Itementwicklung für die Kompetenzmodellierung des Arbeitens mit Repräsentationen von funktionalen Zusammenhängen. Beiträge zum Mathematikunterricht . München: Waxmann, 267-271. Kokol-Voljc (1996): Didaktische Untersuchungen zum Funktionsbegriff. In: *Didaktik der Mathematik* (23), 197-204.
- Janvier, C. (1981): Use of situations in mathematics education. In: *Educational Studies in Mathematics* (12), 113-122.
- Leinhardt, G.; Zaslavsky, O. & Stein, M. K. (1999): Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. In: *Review of Educational Research*, Vol. 60 (1), 1-64.
- Li, X. (2006): Cognitive Analysis of Students' Errors and Misconceptions in Variables, Equations, and Functions (Diss.). Texas.
- Nitsch, R., Fredebohm, A., Bruder, R., Kelava, T., Naccarella, D., Leuders, T. & Wirtz, M. (eingereicht): Students' Competencies in Working with Functions in Secondary Mathematics Education – Empirical Examination of a Competence Structure Model. *International Journal of Science and Mathematics Education*.



Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern* (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Schlöglhofer, F. (2000): Vom Foto-Graph zum Funktionsgraph. *Mathematik lehren* 103. Prediger, S. & Wittmann, G. (2009): Falsch bringt weiter?! Mit Fehlern umgehen. In: *Praxis der Mathematik in der Schule*, 51(27).

Rach, S., Ufer, S., & Heinze, A. (2013). Learning from errors: effects of teachers' training on students' attitudes towards and their individual use of errors. *PNA*, 8(1), 21-30.

Radatz, H. (1980): Fehleranalysen im Mathematikunterricht. Braunschweig: Vieweg.

Vosniadou, S. (2008): *International Handbook of Research on Conceptual Change*. New York: Routledge.

# Ergebnisse der Pilotierung - Highlights

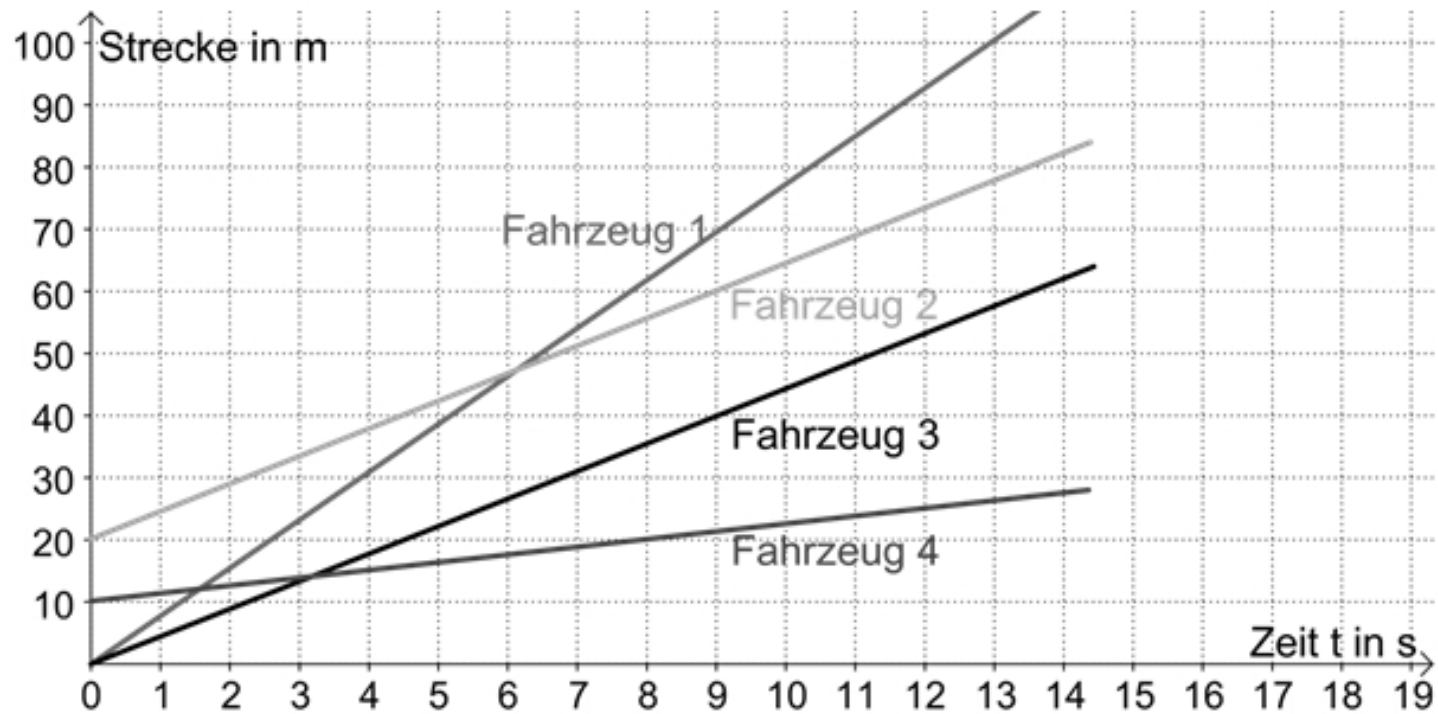


## SHC

- Formulierung: „am schnellsten zum Zeitpunkt“: 41 SuS zeigen slope height confusion
- Formulierung: „am schnellsten im Zeitraum“ noch 11 SuS
- 6 von 9 SuS aus dem Interview revidieren ihre Antwort

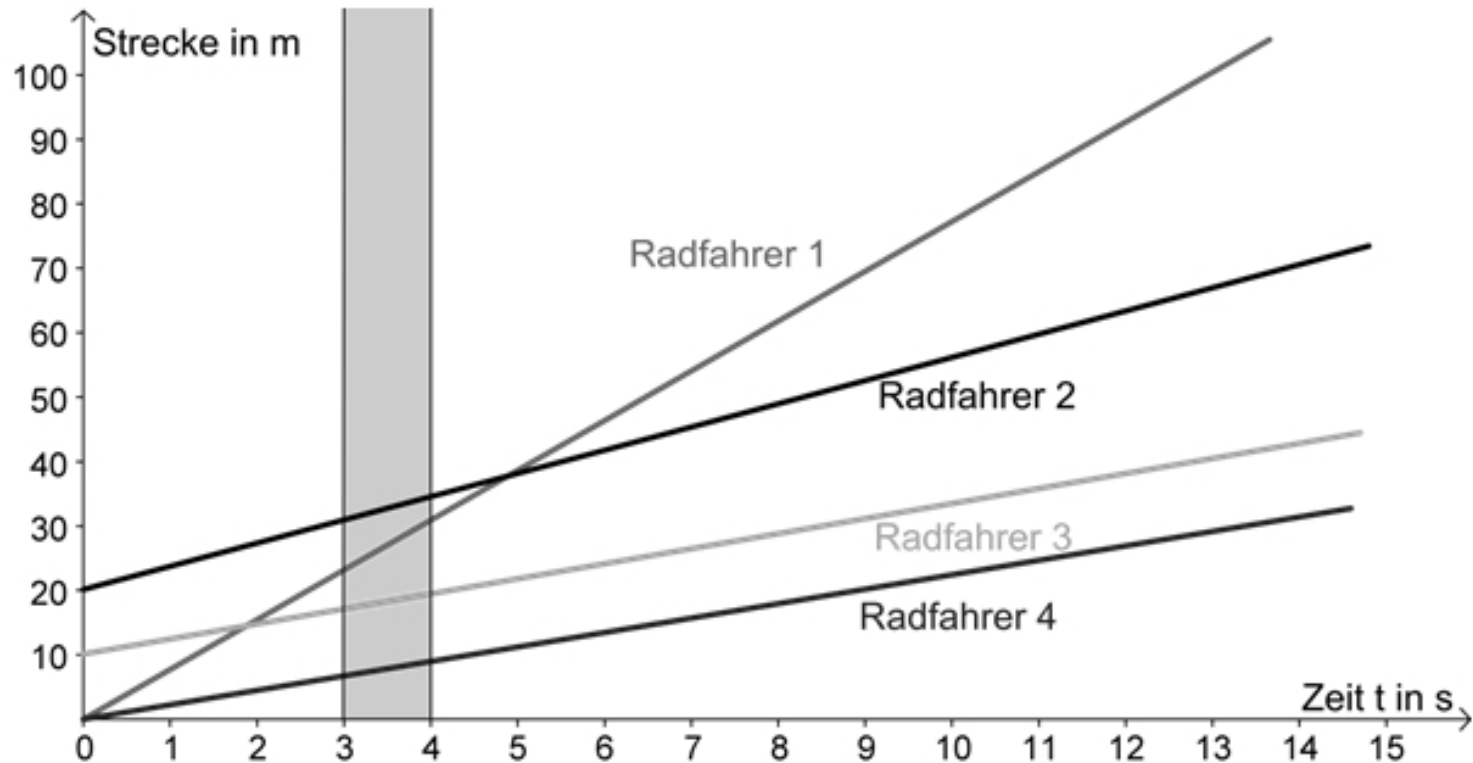
# Ergebnisse der Pilotierung - Highlights

Welches der vier Fahrzeuge ist zum Zeitpunkt  $t = 5$  am schnellsten?



# Ergebnisse der Pilotierung - Highlights

Welcher Radfahrer fährt im Zeitraum  $t = 3$  bis  $t = 4$  Sekunden am schnellsten?



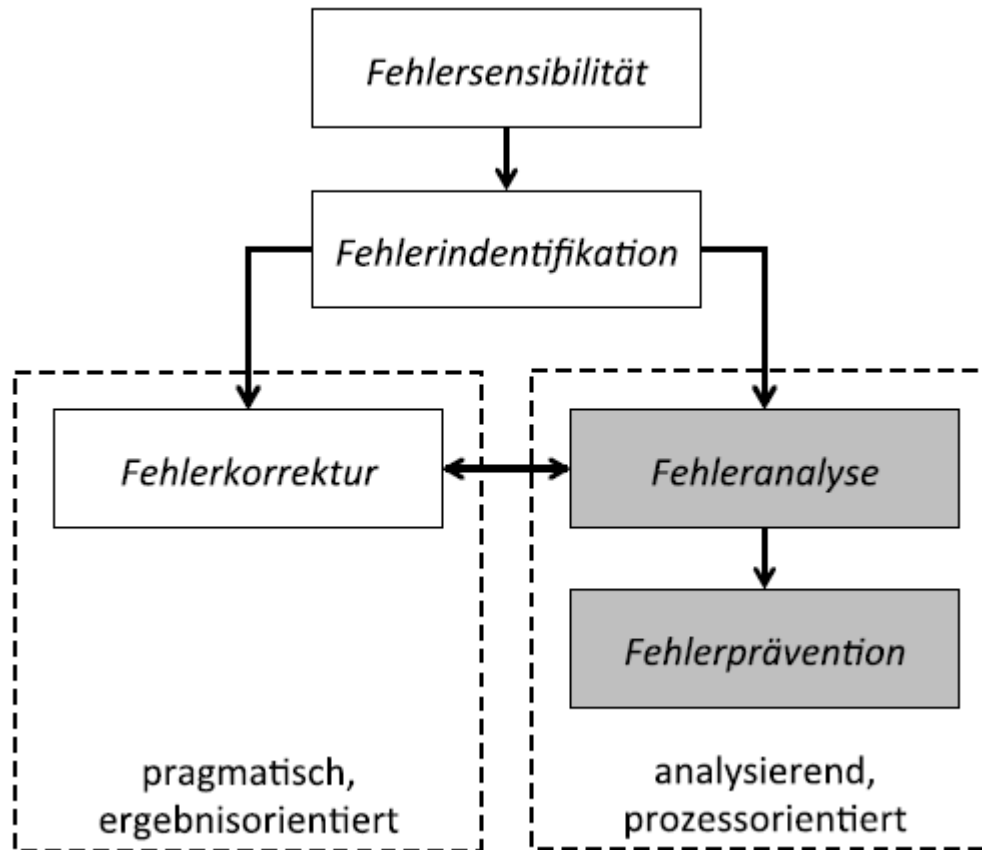
# Ergebnisse der Pilotierung

Vergleich von Steigungen an einem Punkt -> maximaler Wert

## Slope-height confusion

- Epistemologische Hürde!

# Lernen aus Fehlern



Rach, Ufer & Heinze, 2012

# Ergebnisse der Pilotierung - Highlights

## Situativ-algebraisch, quadratische Funktionen:

- Vorzeichenfehler: Fehlermuster bei 16 % der Schüler  $y = (x + d)^2 + e$
- Keine Verknüpfung mit graphisch-algebraischem Darstellungswechsel
- Diejenigen Schüler im Interview, die die Aufgabe richtig lösten, argumentierten mit der graphischen Darstellungsform

# Rückmeldung der Ergebnisse

## Rückmeldung an Lehrkräfte:

Orientiert an DAA (online **D**iagnostics **A**lgebra **A**ssessment system)

- Unterteilung in Bereiche GA, SA, GS
- Lösungshäufigkeiten
- SuS, die weniger als 65% richtig haben
- Konkrete individuelle Lernschwierigkeiten und Fehlvorstellungen inkl. Aufgaben(beispiele)